

Принципи фізичного моделювання циркуляційних систем технічного водопостачання

<https://doi.org/10.31713/MCIT.2025.014>

Юрій Омельчак

Кафедра гідротехніки та водної інженерії
Національний університет «Львівська політехніка»
Львів
yurii.p.omelchak@lpnu.ua

Ігор Попадюк

Кафедра гідротехніки та водної інженерії
Національний університет «Львівська політехніка»
Львів
Ihor.y.popadiuk@lpnu.ua

Abstract – Проблема забезпечення надійної роботи систем циркуляційного водопостачання (СЦВ) вимагає детального дослідження як стаціонарних, так і нестаціонарних (перехідних) режимів. У статті проведено аналіз кінетики гідродинамічних явищ у напірних трубопроводах СЦВ закритого типу, що характеризуються великими діаметрами труб і переважанням втрат напору на місцевих опорах над втратами на тертя по довжині. Показано, що в таких системах переважаюче значення має сила тяжіння. **Ключові слова:** циркуляційне водопостачання, фізичне моделювання, критерій Фруда, число Рейнольдса, автотельність, геометричний масштаб, перехідні процеси.

Метою статті є визначення основних принципів фізичного моделювання гідралічних процесів у замкнених системах оборотного водопостачання.

ПРИНЦИПИ ВИБОРУ МАСШТАБУ ФІЗИЧНОЇ МОДЕЛІ СЦВ

Вибір лінійного геометричного масштабу (C_L) є одним із найважливіших етапів проектування фізичної моделі гідралічної установки (Chanson, 2004).

Для досягнення максимально повної гідродинамічної подібності між натурним та модельним явищем бажано обирати якомога менший лінійний масштаб. Проте, економічні фактори накладають суттєві обмеження на цей вибір. При збільшенні геометричного масштабу різко знижуються економічні видатки на створення та експлуатацію модельної установки. Наближений аналіз показує, що капітальні затрати обернено пропорційні до C_L^3 , а експлуатаційні видатки — до C_L^4 (Hughes, 1993). У випадку напірних гідралічних систем, які складаються з труб особливо великих діаметрів, економічний фактор набуває надзвичайно важливого значення, безпосередньо впливаючи на вибір C_L .

Іншою принципово складною проблемою адекватного моделювання заданої системи циркуляційного водопостачання (СЦВ) є необхідність дотримання комплексної подібності: подібність напірних потоків у трубопроводах та подібність характеристик натурного та модельного насосного обладнання.

При моделюванні перехідних процесів у СЦВ накладаються додаткові обмежувальні умови, зокрема, необхідність забезпечення подібності моментів інерції робочих коліс насосів (разом із приєднаною масою рідини), а також подібності у поширенні хвильових явищ.

Таким чином, вибір лінійного масштабу моделі має базуватися на детальному теоретичному та чисельному аналізі питомої ваги усіх діючих сил, моментів та інших факторів. Це необхідно для ідентифікації найбільш важливих із них, які визначатимуть поведінку системи як у стаціонарних, так і в перехідних режимах роботи СЦВ.

ВИБІР ОСНОВНОГО ВИЗНАЧАЛЬНОГО КРИТЕРІЮ ПОДІБНОСТІ

При моделюванні складних гідродинамічних явищ, що відбуваються в системах циркуляційного водопостачання, постає питання вибору основного визначального критерію гідродинамічної подібності. Порівняльний аналіз показав, що при стаціонарних процесах у закритих СЦВ переважаюче значення має сила тяжіння. Це твердження можна пояснити на наступному прикладі.

При стаціонарному режимі роботи всіх насосів деякої замкнутої системи один насос НСГ марки 170ДПВ12/22ЭГ подає $Q=12,6 \text{ м}^3/\text{с}$ води при напорі $H_f=19,0 \text{ м}$. При цьому геометрична висота подачі складає $H_f = (Z_{2A} - Z_1) = 202,65 - 187,46 = 15,19 \text{ м}$. Загальні втрати напору на лінії 1А складають $\Sigma h_w=3,81 \text{ м}$, причому з них втрати напору на в'язке тертя по довжині ділянки 1А довжиною $l_{1A}=87 \text{ м}$ складають $h_{l,1A}=0,181 \text{ м}$, а втрати напору на місцевих

опорах – $\Sigma h_{m,1A}=3,63$ м, з них 1,429 м – це втрати напору у водорозподільній системі градинні і вільний напір на виході з розбризкувачів. Отже, втрати напору по довжині складають у приведеному прикладі біля $\tau_m=1\%$ від загального напору, що створюється насосом.

Подібна ситуація має місце для всіх трубопроводів системи. Тому, незважаючи на те, що основну довжину гідравлічного тракту розглянутої СЦВ складають напірні закриті трубопроводи, при її моделюванні можна допускати певну непропорційність сил в'язкого тертя в натурі і на моделі.

Деяке перевищення коефіцієнта гідравлічного тертя на моделі λ_M над натурним коефіцієнтом λ_N не має принципового значення, його можна компенсувати відповідним зменшенням на моделі коефіцієнтів місцевих опорів. Більше того, точність визначення коефіцієнта ζ того чи іншого місцевого гідравлічного опору навіть у квадратичній зоні опору не перевищує 5...10 %. Таким чином, помилка у втратах напору по довжині завжди буде лежати в межах похибки визначення коефіцієнтів місцевого опору.

Звідси можна зробити наступні висновки:

Подібність за числом Рейнольдса (*Saldana et al, 2024; Pfister et al, 2011*) не є визначальною при моделюванні розглянутої СЦВ.

В той же час число Рейнольдса (*Heller, 2017*) на моделі обов'язково повинне відповідати турбулентному режиму руху ($Re>2300$).

У трубопроводах системи не обов'язково повинна мати місце зона квадратичного опору за λ , значно важливіше у всіх трубопроводах досягти автомодельного значення місцевих опорів. Для більшості місцевих опорів автомодельність за числом Рейнольдса настає вже при $Re>10000$ (*Kalenik, 2020*).

З огляду на складність гідродинамічних явищ, що відбуваються в місцевих опорах, доцільно поряд з їхнім розрахунком за загальноприйнятими формулами застосовувати метод експериментального визначення коефіцієнтів місцевих опорів з наступним наближенням їх до необхідних значень (*Murzyn et al, 2008; Fester et al, 2007*).

ПОДІБНІСТЬ СПІВВІДНОШЕННЯ ПЛОЩІ І ОБ'ЄМІВ

Основною перевагою створення повністю геометрично подібної моделі без спотворення вертикального масштабу є те, що при цьому автоматично досягається подібність співвідношення відповідних площ і об'ємів у натурі та на моделі, що є дуже важливим при моделюванні перехідних явищ у СЦВ закритого типу.

ПОДІБНІСТЬ КОЕФІЦІЄНТІВ ГІДРАВЛІЧНОГО ОПОРУ

Однією з найбільш очевидних гідравлічних умов подібності є рівність приведених коефіцієнтів гідравлічного опору ζ_{np} у натурі та на моделі. Це впливає з наступних міркувань. Загальні втрати напору на ділянці трубопроводу однакового діаметра визначаються через об'ємну витрату рідини

на ділянці за формулою:

$$\Sigma h_w = \frac{8Q^2}{\pi^2 g d^4} \cdot \left(\frac{\lambda l}{d} + \Sigma \zeta \right) = \frac{8\zeta_{np} Q^2}{\pi^2 g d^4}$$

$$\Sigma h_w = \frac{8Q^2}{\pi^2 g d^4} \cdot \left(\frac{\lambda l}{d} + \Sigma \zeta \right) = \frac{8\zeta_{np} Q^2}{\pi^2 g d^4} \quad (1)$$

де $\zeta_{np} = (\lambda l/d + \Sigma \zeta)$ – приведений коефіцієнт гідравлічного опору на ділянці.

Оскільки для забезпечення подібності за критерієм Фруда (*Heller, 2011*) при лінійному масштабі моделі C_L масштаб об'ємної витрати становить $C_L^{2.5}$, а масштаб втрат напору, так само як масштаб висот чи напорів, має бути рівним геометричному масштабу C_L , то отримаємо:

$$C_L = C_f \oplus C_Q^2 / C_L^4 = C_f \oplus C_L, \quad (2)$$

звідки $C_f=1$, тобто $(\zeta_{np})_n = (\zeta_{np})_m$.

Як правило, при моделюванні стаціонарного руху в напірних водогонях намагаються досягти рівності $\zeta_n = \zeta_m$. Як видно з (*Cortinovis et al, 2009*), ця умова може вважатися обов'язковою для довгих трубопроводів, коли втрати напору по довжині значно переважають місцеві втрати напору (*Wolfert, 2008*).

Якщо потік в натурі є турбулентним і для нього має місце квадратична зона опорів, то для стійкого дотримання рівності коефіцієнтів гідравлічного тертя в натурі та на моделі найпростіше забезпечити на моделі також квадратичну зону опорів, а абсолютну шорсткість модельних труб прийняти з умови рівності відносної шорсткості натурних і модельних труб.

Згідно з класифікацією Альтшуля, автомодельна зона опорів у трубопроводі має місце при $Re > 500 \cdot d$, тому для забезпечення на моделі квадратичної зони опорів число Рейнольдса має бути не меншим

$$Re_m = \frac{500 \cdot d_m}{\Delta_m} \quad (3)$$

Визначимо максимально можливий геометричний масштаб моделі СЦВ для забезпечення на ній автомодельності λ за числом Рейнольдса. При однаковій витраті рідини число Рейнольдса, а відтак і співвідношення $Re \oplus d$, буде найменшим для труб максимального діаметра. Тому розглянемо, для прикладу, трубопровід діаметром $D_n=3416$ мм. При стаціонарному режимі роботи системи і всіх працюючих насосах число Рейнольдса для зливних трубопроводів від градинень до приймальної камери БНС становить $Re_n=9151000$. При розрахунковій еквівалентній шорсткості натурних труб $\Delta_n=0,5$ мм: $Re_n \oplus \Delta_n / D_n = 1339,4$. Отже, в натурних умовах у трубах має місце квадратична зона опорів.

З врахуванням того, що число Рейнольдса:

$$Re = \frac{4 \cdot Q}{\pi d \nu} \quad (4)$$

а масштаб об'ємної витрати при моделюванні за Фрудом $C_Q=C_L^{2.5}$, то числа Рейнольдса в натурі та на моделі співвідносяться як

$$\frac{Re_n}{Re_m} = \frac{C_L^{2,5}}{C_L} = C_L^{3/2} \quad (5)$$

Якщо на моделі дотримано подібність по відносній шорсткості:

$$C_L = \frac{d_n}{d_m} = \frac{\Delta_n}{\Delta_m} \quad (6)$$

то для забезпечення на моделі квадратичної зони опорів має виконуватися умова:

$$Re_m \frac{\Delta_m}{d_m} = \frac{1}{C_L^{3/2}} Re_n \frac{\Delta_n}{d_n} > 500 \quad (7)$$

Отже, для наведеного вище випадку при моделюванні гідравлічних явищ за числом Фруда для забезпечення на моделі квадратичної зони опорів геометричний масштаб має бути

$$C_L < \left(\frac{1339,4}{500} \right)^{2/3} = 1,929 \quad (8)$$

що абсолютно нереально з економічних міркувань. З іншого боку, для того, щоб забезпечити на моделі бодай доквадратичну зону опорів ($10 < Re_m \otimes \otimes_m / d_m < 500$), максимально допустимий геометричний масштаб має становити

$$C_L < \left(\frac{1339,4}{10} \right)^{2/3} = 26,18 \quad (9)$$

Розглянемо, яка похибка за L_m буде в даному випадку при доквадратичній зоні опорів, тобто при $10 < (Re_m \otimes \otimes_m / d_m) < 500$.

В той час, як коефіцієнт гідравлічного тертя для натурних труб визначається за формулою Шифрінсона

$$L_n = 0,11 \otimes (\otimes_n / D_n) 0,25 \quad (10)$$

на модельних трубах матиме місце доквадратична зона опорів і коефіцієнт гідравлічного тертя буде дещо більшим і визначатиметься за степеневою формулою Альтшуля:

$$L_m = 0,11 \otimes (\otimes_m / d_m + 68 / Re_m) 0,25 \quad (11)$$

Відношення коефіцієнта гідравлічного тертя на моделі до відповідного значення в натурі

$$k = \frac{\lambda_m}{\lambda_n} = \left(1 + \frac{68 d_m}{Re_m \Delta_m} \right)^{0,25} \quad (12)$$

На нижній межі зони доквадратичного опору (при $Re_m \otimes \otimes_m / d_m = 10$): $k = (1 + 6,8) \cdot 0,25 = 1,671$, тобто перевищення модельного коефіцієнта гідравлічного тертя над натурним становить 67,1 %.

Вже при лінійному масштабі $C_L > 2$ дотримання рівності коефіцієнтів гідравлічного тертя в натурі та на моделі стає неможливим внаслідок виходу із зони квадратичного опору в зону доквадратичного опору, де коефіцієнт гідравлічного тертя тим більший, чим менше число Рейнольдса Re .

Так, при $C_L = 10$ $Re_m \otimes \otimes_m / d_m = 42,35$; $k = 1,271$. При $C_L = 20$ $Re_m \otimes \otimes_m / d_m = 14,98$; $k = 1,534$.

ОСНОВНІ ВИРІШЕННЯ

Особливість конструювання фізичної моделі конденсаторів полягає у тому, що моделювалися лише основні їхні параметри, принципові з точки зору гідравлічних явищ: загальний об'єм води в трубах конденсаторів; відмітки верху та низу конденсаторів; співвідношення об'єму води, який може повертатися при зупинці насосів назад у приймальний резервуар БНС-3, і який не повертається назад (для цього у проєкті моделі конденсаторів передбачено два різних типи баків за розмірами). Для випуску повітря з конденсаторів у їх верхніх точках передбачено кульові вентиля $d = 1/2''$. Для зміни величини гідравлічного опору конденсаторів передбачено встановлення регульованих кульових вентилів $d = 1''$. Конструкція приймальних резервуарів насосних станцій розроблялася з врахуванням конструктивних параметрів вибраного насосного обладнання фізичної моделі. Основні геометричні розміри аванкамер, розташування місць приєднання зливних трубопроводів та труб перетоку повністю відповідають натурним з врахуванням вибраного геометричного масштабу.

Водозбірні чаші градижень моделювалися у повній відповідності до проєкту натурних градижень. Розподільна система градижень моделювалася принципово, з дотриманням потрібного об'єму води та висоти розташування виливних насадок.

ВИСНОВКИ

Основними визначальними умовами, яких слід дотримуватися при моделюванні розглянутої СЦВ закритого типу, є максимальне дотримання геометричного масштабу для всіх елементів фізичної моделі. При цьому вертикальний масштаб повинен бути рівний горизонтальному лінійному масштабу. По-перше, це значно підвищує точність відтворення фізичної моделі, дозволяє уникнути складного і часто досить умовного перерахунку результатів з моделі на натурну систему. З іншого боку, наявність вертикального спотворення унеможливує з технічної точки зору адекватне моделювання руху води в трубопроводах системи. Оскільки діаметр труб є досить значним у порівнянні із загальним напором насосів, то виникає не обхідність деформування поперечних перерізів труб з круглих у еліпсоподібні. Це порушить аналогію гідравлічних процесів (відношення гідравлічних радіусів у натурі та на моделі не дорівнює прийнятим лінійними масштабам, а буде чимось середнім між горизонтальним та вертикальним масштабом), а також надзвичайно ускладнить технічну реалізацію модельної установки.

Просте дотримання єдиного лінійного масштабу моделі забезпечить пропорційність у натурі та на моделі всіх відповідних площ живого перерізу труб та площ вільної поверхні води в ємнісних спорудах СЦВ, пропорційність геометричних висот та усіх відповідних об'єктів.

Як правило, гідравлічне моделювання трубопровідних систем пов'язують з рівністю

відповідних чисел Рейнольдса. Слід зазначити, що розглядувана СЦВ закритого типу є складною гідравлічною системою з напірними і самопливними ділянками, з розривом струменя на градирнях і т.п. Аналіз показав, що подібність гідравлічних явищ у натурі та модельній СЦВ не пов'язана з рівністю відповідних чисел Рейнольдса. Це пояснюється наступними обставинами.

В натурній СЦВ практично у всіх трубах системи має місце чітко виражена квадратична зона опорів, і коефіцієнт гідравлічного тертя не залежить від зміни числа Рейнольдса.

Незважаючи на те, що система є закритого типу, у ній переважають не сили тертя, а сили тяжіння. Так, основна частина напору насосів іде на підйом води на певну геометричну висоту, а не на подолання гідравлічних опорів.

Для більшості ділянок трубопроводів натурної СЦВ кількісно переважають втрати напору на місцевих опорах. Автомодельність коефіцієнта місцевого опору за числом Рейнольдса настає, як правило, вже при $Re > 5000 \dots 10000$. Тому, при забезпеченні відповідних чисел Рейнольдса на моделі гідравлічний опір трубопроводу вже практично не залежить від числа Re , а більше залежить від геометричних характеристик місцевих опорів.

Аналіз співвідношення сил, які діють в натурній системі, дає підставу стверджувати, що динамічна подібність гідравлічних явищ у системі забезпечується рівністю у натурі та на моделі критерію Фруда Fr .

Рівність критеріїв Фруда для відповідних перерізів при дотриманні повної геометричної подібності забезпечить повну динамічну подібність при рівності коефіцієнтів гідравлічного опору.

Незважаючи на принципову неможливість дотримання рівності натурального та модельного коефіцієнтів гідравлічного тертя λ при лінійному масштабі $C_L > 2$, ця умова не є диктуючою, оскільки основну частку в приведених коефіцієнтах опору становлять коефіцієнти місцевого опору. Таким чином, регулюючи коефіцієнти місцевих опорів модельної установки, можна досягти рівності приведених гідравлічних опорів у натурі та на моделі.

Моделювання за числом Фруда при дотриманні повної геометричної подібності дозволяє застосувати досить великий коефіцієнт C_L без порушення подібності гідродинамічних процесів, у тому числі і перехідних. Таким чином, можна адекватно моделювати стаціонарні та перехідні процеси в СЦВ закритого типу при $C_L = 55 \dots 75$, доки ще дотримується умова автомодельності коефіцієнтів місцевого опору від числа Рейнольдса. Це дозволить істотно зменшити капітальні затрати на створення фізичної моделі, а також експлуатаційні затрати при її використанні.

Література

Chanson, H. (2004). "Environmental Hydraulics of Open Channel Flows." Elsevier Butterworth-Heinemann, London, UK, 483 pages
Cortinovis, G. F., Paiva, J. L., Song, T. W., & Pinto, J. M. (2009). A systemic approach for optimal cooling

tower operation. Energy Conversion and Management, 50(9), 2200-2209.

<https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2009.04.008>.

Fester, V., Kazadi, D., Mbiya, B., Slatter, P. (2007) Loss Coefficients for Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids Through Diaphragm Valves, Chemical Engineering Research and Design, Volume 85, Issue 9, , <https://doi.org/10.1205/cherd06055>

Heller, V. (2011). Scale effects in physical hydraulic engineering models. Journal of Hydraulic Research, 49(3), 293-306. <https://doi.org/10.1080/00221686.2011.578914>.

Heller, V. (2017). Self-similarity and Reynolds number invariance in Froude modelling. Journal of Hydraulic Research, 55(3), 293-309. <https://doi.org/10.1080/00221686.2016.1250832>.

Hughes, S. (1993). Physical models and laboratory techniques in coastal engineering (Vol. 7). World scientific.

Kalenik, M. (2020). Real Values of Local Resistance Coefficients during Water Flow in Welded Polypropylene T-junctions. Water, 12(3), 895. <https://doi.org/10.3390/w12030895>

Li, S., Huai, W. (2016). United Formula for the Friction Factor in the Turbulent Region of Pipe Flow. PLOS ONE. 11.

Murzyn, F., & Chanson, H. (2008). *Experimental assessment of scale effects affecting two-phase flow properties in hydraulic jumps*. Experiments in Fluids, 45(3), 513–521. <https://doi.org/10.1007/s00348-008-0494-4>

Pfister, M., Hubert, C., (2012). Scale effects in physical hydraulic engineering models By VALENTIN HELLER, Journal of Hydraulic Research, Vol. 49, No. 3 (2011), pp. 293–306. Journal of Hydraulic Research. 50.
Saldana, M., Gallegos, S., Gálvez, E., Castillo, J., Salinas-Rodríguez, E., Cerecedo-Sáenz, E., Hernández-Ávila, J., Navarra, A., & Toro, N. (2024). The Reynolds Number: A Journey from Its Origin to Modern Applications. *Fluids*, 9(12), 299. <https://doi.org/10.3390/fluids9120299>
<https://doi.org/10.1080/00221686.2012.654671>.

Windt, Christian & Davidson, Josh & Ringwood, John. (2021). Numerical analysis of the hydrodynamic scaling effects for the Wavestar wave energy converter. Journal of Fluids and Structures. 105. 103328. [10.1016/j.jfluidstructs.2021.103328](https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2021.103328).

Wolfert, K. (2008) «Scaling of Thermal-Hydraulic Phenomena and System Code Assessment». Seminar on the transfer of competence, knowledge and experience gained through CSNI activities in the field of thermal-hydraulics, c. p. 135–154.