

Придушення коливань механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда

<https://doi.org/10.31713/MCIT.2025.120>

Владислав Поляков

Інститут транспортних систем та технологій НАН України

Відділ динаміки та міцності нових видів транспорту

Дніпро, Україна

pva78125@gmail.com

Анотація – Конструювання бажаних рухів механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда можливо шляхом комбінування керування корисними компонентами її стану з придушенням небажаних. Придушення небажаних рухів має здійснюватися способами, що залежать від вихідних передумов щодо внутрішньої та зовнішньої обстановки рухів і може бути як пасивним, так і активним. Переходити до активного придушення слід лише за недостатньої ефективності пасивного. Придушення небажаних рухів раціонально забезпечувати шляхом створення передумов інваріантності координат, що представляють ці рухи, щодо збурень, які ігноруються, та ізоляції таких координат від впливів, які руйнують шукану інваріантність. Створена методика вказаного типу придушення.

Ключеві слова – магнітолевітуючий поїзд; механічна підсистема; придушення рухів; інваріантність координат; ізоляція координат; автономність каналів; принцип двоканальності.

I. Вступ

Цілеспрямованість руху механічної підсистеми (МП) магнітолевітуючого поїзда (МЛП) досяжна шляхом комбінування керування його корисними компонентами з придушенням паразитних (безкорисних та шкідливих) компонентів.

Придушення небажаних рухів може бути як пасивним, так і активним. Натурна реалізація методів активного придушення, які нині використовуються, незрівнянно більш складна і ресурсозатратна в порівнянні з пасивними. Тому переходити до активного придушення слід лише у разі недостатньої ефективності пасивного.

II. Мета і методика роботи

Пригнічення паразитних рухів досліджуваної підсистеми здійснюється способами, що залежать від вихідних передумов щодо внутрішньої та зовнішньої обстановки таких рухів. Якщо передбачається детермінований, або стохастичний характер силових, параметричних, структурних та інших збурень МП поїзда, то демпфування її коливань раціонально здійснювати методами загальної теорії коливань [1, 2], або статистичної динаміки [3, 4] відповідно. Реально ж згадані збурення непередбачувані, тобто щодо них нічого, або майже нічого, не відомо. Тоді задачу придушення паразитних рухів МП МЛП

раціонально вирішувати методами теорії інваріантності [5] шляхом знаходження умов, що гарантують незалежність координат від певних збурень. Мається на увазі селективна інваріантність таких координат за мінімально можливих складності системи та обсягу інформації про її збурення. Пригнічення паразитних рухів повинно здійснюватися автоматично. Тому особливо актуальними є питання забезпечення умов грубості системи, вимог її асимптотичної стійкості тощо.

III. Хід виконання і результати роботи

Пригнічення паразитних рухів МП може забезпечуватися інваріантністю координат, що представляють зазначені рухи, щодо збурень, які ігноруються, а також ізоляцією таких координат від впливів, що руйнують шукану інваріантність. Моделі збуреного руху підсистеми, що розглядається, може бути надано вигляду

$$\begin{aligned} a_{\lambda\mu} \cdot \eta^\mu &= E_\lambda; \\ a_{\lambda\mu} &= c_{\lambda\mu} \cdot p^{(2)} + (C_{\lambda,\mu\nu} \cdot \eta^\nu + \beta_{\lambda\mu}) \cdot p + l_{\lambda\mu}; \\ p &= \frac{d}{dt} \quad \forall \lambda, \mu, \nu \in [\overline{1, L}], \end{aligned} \quad (1)$$

де $\eta^\mu \forall \mu \in [\overline{1, L}]$, L – узагальнені координати розрахункової схеми підсистеми, а також число таких координат;

$c_{\lambda\mu}, C_{\lambda,\mu\nu} \forall \lambda, \mu, \nu \in [\overline{1, L}]$ – коваріантний метричний тензор згаданого агрегату, а також його триіндексний символ Крістоффеля 1-го роду;

$\beta_{\lambda\mu}, l_{\lambda\mu} \forall \lambda, \mu \in [\overline{1, L}]$ – дисипативні та квазіпружні коефіцієнти наведеної моделі;

$E_\lambda \forall \lambda \in [\overline{1, L}]$ – зовнішні складові збурень його узагальнених координат.

Вплив j -го збурення E_j на i -у координату може бути охарактеризовано за допомогою мінора D_{ji} головного детермінанта наведеної моделі. Тому умова інваріантності η^i щодо E_j може бути записана у формі тотожної рівності

$$D_{ji} \equiv 0. \quad (2)$$

Якщо модель (1) є упорядкованою (тобто збігаються порядкові номери її рівнянь та номери узагальнених координат, для яких вони складені), то операторні коефіцієнти $a_{\lambda\lambda} \forall \lambda \in [1, L]$ характеризують динамічні якості сепаратних каналів системи. Коефіцієнти ж $a_{\lambda\mu} \forall \lambda \neq \mu$, $\lambda, \mu \in [1, L]$ характеризують взаємодію таких каналів. Тому умова автономності i -го та j -го каналів має вигляд

$$a_{ij} \equiv 0; \quad i \neq j. \quad (3)$$

Співвідношення (2) і (3) дозволяють здійснювати підбір параметрів та структури підсистеми виходячи з критеріїв дотримання інваріантності подавлюваних координат щодо збурень, які ігноруються, а також автономності цих координат щодо дестабілізуючих інваріантність впливів. У той же час, найчастіше значно більш конструктивним є підбір згаданих структури та співвідношень параметрів елементів виходячи з критерію мінімізації чутливості якості процесів у підсистемі до нестационарності її параметрів з використанням співвідношень

$$S_{\alpha}^A = \frac{\partial A}{\partial \alpha}, \quad (4)$$

де S_{α}^A – чутливість показника A до зміни параметра α .

Аналіз співвідношення (2) призводить до висновку, що його реалізація шляхом підбору параметрів підсистеми можлива за дотримання принципу двоканальності [6]: інваріантність координати η^i від збурення E_j досяжна, якщо мінор інваріантності D_{ji} є різницею щонайменше двох виразів. Це можливо, якщо E_j впливає на η^i не менш ніж по двох каналах за умови дотримання співвідношень

$$\begin{aligned} K_1(s) &= -K_2(s); \\ K_T(s) &= K_1(s) + K_2(s) = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

де $K_1(s)$, $K_2(s)$, $K_T(s)$ – передавальні функції (у зображеннях за Лапласом) зазначених двох каналів впливу E_j на η^i , а також тотального "еквівалентного" каналу такого впливу.

Отже, селективна інваріантність координати η^i щодо збурення E_{λ} можлива при взаємній компенсації всіх (прямих та непрямих) його впливів на цю координату, а також ізоляції відповідного її каналу щодо впливів, які не беруть участі у згаданій компенсації.

Співвідношення (1) – (3) дозволяють знаходити загальні умови, що гарантують згадану селективну інваріантність координат підсистеми щодо окремих збурень. Однак ці умови, за різних способів їхнього натурального досягнення, можуть не забезпечувати

грубість, асимптотичну стійкість, а також інші необхідні якості підсистеми. Тому проблеми придушення її коливань та надання таких якостей мають вирішуватись у нерозривному зв'язку.

Найбільш повно умови інваріантності можуть бути виконані при комбінованому способі керування [7], при одночасній наявності в підсистемі зв'язків по збуренням (компаундуючих) і по відхиленням (зворотних). При цьому виникає можливість широкої зміни астатизму підсистеми, поза зв'язком із забезпеченням її грубості, стійкості та інваріантності по відношенню до збурень. Крім того, інваріантність у цьому випадку можлива не тільки в режимах руху, що встановився, а й у перехідних. У той самий час (попри властиві їм недоліки), по комплексу властивостей, які враховуються під час вирішення питання про вибір способу придушення небажаних рухів підсистеми, пріоритет у багатьох випадках доводиться віддавати підсистемам лише з компаундуючими зв'язками [8].

Підсистема придушення зі зв'язками за збурення є розімкнутою. У ній є принципова можливість досягнення інваріантності пасивно пригнічуваної координати щодо зовнішніх збурень. Однак, при неодмінному дотриманні обмежувальних умов типу (3), в підсистемі тільки з компаундуючими зв'язками, остаточне рішення щодо варіанту натурної реалізації МП поїзда може прийматись виходячи з інших критеріїв.

Однозначне вирішення питання структурної селективної інваріантності аналізованої підсистеми по будь-якій з її координат неможливо також виходячи тільки з умов типу (2). З одного боку, не будь-яка структура системи припускає можливість їх виконання. І, водночас, далеко ще не будь-яка структура, яка допускає це виконання, досить раціональна до ухвалення її як такої, що підлягає натурному втіленню (та й у принципі може бути реалізована, виходячи з конструктивним міркувань). Тому для дотримання умов (5) за наявності в підсистемі лише одного природного шляху впливу, що збурює, повинен бути сформований другий (як мінімум) штучний, що є компаундуючим зв'язком. Такі зв'язки слід організовувати (або використовувати в їх якості наявні дублюючі ланцюжки впливу) по кожному зі збурень, щодо яких ця координата має бути інваріантною. Іншим способом досягнення інваріантності за "другорядними" збуреннями є створення по них зворотних (а не компаундуючих) зв'язків.

Основними перевагами систем придушення з компаундуючими зв'язками, як відомо [5], є їхня швидкодія та простота технічної реалізації (а, отже, мала ресурсомісткість при створенні та експлуатації). У той же час, як впливає з викладеного, точність компенсації впливів, що збурюють (а тому і стабілізації координат), в таких системах радикально залежить від прецизійності дотримання умов типу (5). Передавальні функції ланцюжків впливу, що є компонентами цих виразів, функціонально залежать, зрештою, від параметрів елементів натурального об'єкта. Тому їхня

нестабільність (дрейф) веде до дестабілізації координат підсистеми, яка керується за збуреннями.

Досить раціональний компроміс між результуючою якістю придушення паразитних рухів підсистеми, з одного боку, і складністю, а також витратністю при її створенні та експлуатації з іншого, може бути досягнуто у разі, коли таке придушення здійснюється шляхом інваріантності до ε [6]. При цьому, внаслідок неточності виконання (з різних причин) умов інваріантності, значення координат η^k , які стабілізуються, відрізняються від необхідних на нелінійності, такі, що апріорно задаються при проектуванні, величини ε_k , а питанням забезпечення фізичної здійсненності, стійкості і грубості підсистеми має бути приділено особливу увагу. Останнє викликано тим, що у такого роду підсистемах, внаслідок зазначеної наближеності виконання умов інваріантності, стабілізацію (з точністю хоча б до ε_k) можна гарантувати лише для складових відповідних парціальних рухів, які є встановившимися (вимушеними), але не перехідними (власними). При частковій інваріантності суттєве спрощення та здешевлення підсистеми досягається деяким погіршенням якості процесів у ній (особливо перехідних). Однак, при гарантованому дотриманні умов відповідності зазначеним вимогам фізичної здійсненності, стійкості, грубості, а також іншим фундаментальним властивостям такий компроміс є цілком виправданим.

Умови (2) і (5) є необхідними для забезпечення інваріантності, але їхнє дотримання не гарантує її реалізованість. Для забезпечення ж реалізованості інваріантності необхідне дотримання співвідношення

$$D(s)_{sep} \neq 0, \quad (6)$$

де $D(s)_{sep}$ – головний детермінант моделі руху підсистеми (у зображеннях за Лапласом), розімкнутої в точці вимірювання пригнічуваної координати. Тобто для фізичної реалізованості інваріантності необхідно, щоб матриця цієї моделі в розімкнутому стані, після врахування такої інваріантності, не ставала особливою.

Дотримання умов (6) також не гарантує фізичну реалізованість інваріантності. Достатні ж умови такої реалізованості (умови параметричної інваріантності) пов'язані з фактичною здійсненністю вимог структурної інваріантності за допомогою лише фізично здійснених елементів підсистеми. Тоді згадані достатні умови фізичної здійсненності інваріантності зводяться до реалізованості всіх елементів підсистеми, які доставляють їй таку інваріантність, і тому можуть бути формалізовані співвідношеннями [9, 10]

$$n_\zeta \leq p_\zeta \quad \forall \zeta \in [1, E], \quad (7)$$

де n_ζ, p_ζ, E – число нулів і полюсів передавальної функції $K_\zeta(s)$ ζ -го елемента підсистеми, а також число в ній таких елементів.

При виконанні умов інваріантності групи членів характеристичного рівняння моделі руху (1) перетворюються в нуль, тобто це характеристичне рівняння вироджується. Якщо ступінь цього виродженого характеристичного рівняння виявиться нижчим від ступеня вихідного, то система при виконанні умов інваріантності (особливо з точністю до ε) виявиться заздалегідь "негрубою" [11] так як поява навіть малих негативних коефіцієнтів при вищому ступені незалежного параметра, можливе при неточному виконанні умов інваріантності, призводить до втрати стійкості. У такому разі, умова збереження підсистемою властивості грубості і, як наслідок цього, достатнього запасу стійкості при дотриманні критеріїв інваріантності може бути формалізована співвідношенням

$$p_e \geq p_n, \quad (8)$$

де p_e, p_n – ступінь характеристичного рівняння моделі (1) в інваріантному та неінваріантному режимах.

IV. Наукова новизна та практична значимість роботи

Вперше створено методику пасивного придушення першопричини небажаних рухів МП МЛП. Застосування, в процесі конструкторських розробок, цієї методики сприятиме суттєвому підвищенню якості результуючих рухів вказаної підсистеми, водночас, не вимагаючи для цього значного ускладнення, або підвищення ресурсомісткості її проектування та експлуатації.

Література

- [1] Krylov N., Bogoliubov N. Introduction to nonlinear mechanics. Princeton University Press, 1949. 106 p.
- [2] Marszał M., Witkowski B., Jankowski K., Perlikowski P., Kapitaniak T. Energy harvesting from pendulum oscillations. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2017. № 94, p. 251–256.
- [3] Sondipon A., Blanca P. The "damping effect" in the dynamic response of stochastic oscillators. *Probabilistic Engineering Mechanics*. 2016. V. 44, p. 2–17. ISSN 0266-8920, <https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2015.09.017>
- [4] Huang W., Yu G., Xu W., Zhou R. A Stochastic Dynamics Method for Time-Varying Damping Depending on Temperature/Frequency for Several Alloy Materials. *Materials* (Basel). 2024 Mar 5;17(5):1207. doi: 10.3390/ma17051207. PMID: 38473678; PMCID: PMC10934064.
- [5] Кулебакин В. С. Теория инвариантности автоматически регулируемых и управляемых систем. Труды I-го конгресса ИФАК по автоматическому управлению. Т. 1. *Теория непрерывных систем. Специальные математические проблемы*. М.: Изд-во АН СССР. 1961, с. 247–258.
- [6] Петров Б. Н. О реализуемости условий инвариантности. *Теория инвариантности и ее применение в автоматических устройствах* : Тр. I совещания по теории инвариантности. М., 1959, с. 59–80.
- [7] Кулебакин В.С. Высококачественные инвариантные системы регулирования. *Теория инвариантности и ее применение в автоматических устройствах* : Тр. I-го совещания по теории инвариантности. М.: Изд-во ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1959, с. 11–39.
- [8] Leigh J. R. Control Theory. London: Inst. Electr. Eng., 2004. 297 p.
- [9] Zabczyk J. Mathematical Control Theory: an Introduction. Boston: Birkhauser, 1995, 260 p. ISBN 3-7643-3645-5.
- [10] Sontag E. D. Mathematical Control Theory. Deterministic Finite Dimensional Systems. New York: Springer, 1998, 317 p. ISBN 978-0-387-98489-6
- [11] Nakra B. C. Theory and Applications of Automatic Controls. New Age International, 2005, 321 p.