

Індикатори першого порядку для визначення потужності гармонік детермінованих складових вібраційних сигналів

<https://doi.org/10.31713/MCIT.2025.104>

Роман ХМІЛЬ

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка
НАН України,
Національний університет “Львівська політехніка”
Львів, Україна
romankhml0705@gmail.com

Роман ЮЗЕФОВИЧ

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка
НАН України,
Національний університет “Львівська політехніка”
Львів, Україна
roman.yuzefovych@gmail.com

Євген СБРОДОВ

Національний університет “Запорізька політехніка”,
Запоріжжя, Україна
sbrodovev@gmail.com

Олег ЛИЧАК

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН
України, Львів, Україна
olehlychak2003@yahoo.com

Ігор ЯВОРСЬКИЙ

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, Львів, Україна
Бидгоська політехніка, Бидгощ, Польща
igor.yavorskyj@gmail.com, javor@pbs.edu.pl

Анотація — Запропоновано модель вібраційного сигналу як періодично нестационарного випадкового процесу. Для виявлення прихованих періодичностей першого та другого порядку у вібраційному сигналі використано метод найменших квадратів (МНК). Запропоновано оцінку показника нестационарності, що базується на оцінках потужності гармонік функції математичного сподівання, що є визначальним для виявлення відмов та моніторингу обертових механізмів.

Ключові слова — вібраційний сигнал; періодично нестационарний випадковий процес; математичне сподівання, кореляція; оцінки базової частоти; індикатор стану механізму.

I. ВСТУП

Для обчислення функції математичного сподівання, кореляційної функції та їх коефіцієнтів Фур'є на основі експериментальних даних можна застосовувати методи статистичного аналізу періодично нестационарних випадкових процесів (ПНВП) – когерентне (синхронне) усереднення [1–10], компонентний метод [11], або метод найменших квадратів [12]. Придатність певного методу залежить від специфіки конкретних експериментальних даних, мети аналізу та необхідної точності, проте всі ці методи можна використовувати у випадку, коли відомий період нестационарності сигналу (базова частота). У процесі аналізу вібраційних сигналів обертових механізмів цей період у багатьох випадках можна розрахувати на основі технічних параметрів досліджуваного механізму. Однак значення періоду, отримані таким

чином, недостатньо точні та можуть також змінюватися в реальних умовах. Для забезпечення необхідної ефективності аналізу ПНВП потрібно визначити період нестационарності на основі вибраної (і обмеженої у часі) реалізації сигналу.

II. МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРІОДІВ НЕСТАЦІОНАРНОСТІ ПЕРШОГО ТА ДРУГОГО ПОРЯДКУ У ВІБРАЦІЙНИХ СИГНАЛАХ

Для визначення періоду нестационарності (прихованої періодичності) сигналу можна використовувати спеціальні функціонали [9–16], подібні до когерентних чи компонентних статистик, за винятком того, що замість істинного періоду у відповідних рівняннях використовується пробний період у проводиться сканування по тривалості пробного періоду у певній заданій області пошуку. Ці функціонали мають екстремальні значення в точках, які є асимптотично незміщеними та слушними оцінками величини періоду. Величини

зміщення таких оцінок мають порядок $O(T^{-2})$, а

дисперсії – порядок $O(T^{-3})$, де T – довжина реалізації сигналу. Для підвищення точності оцінки базової частоти у [12] було запропоновано використати метод найменших квадратів (МНК). Запропонований функціонал, що реалізує метод МНК для визначення оцінки базової частоти функції математичного сподівання (прихованої періодичності першого порядку) зі збільшенням довжини реалізації сигналу функціонал LS швидко прямує до:

$$\hat{F}_1(f) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{L_1} \left[\left[\hat{m}_k^c(f) \right]^2 + \left[\hat{m}_k^s(f) \right]^2 \right], \quad (1)$$

де

$$\begin{cases} \hat{m}_k^c(f) \\ \hat{m}_k^s(f) \end{cases} = \frac{2}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \xi(nh) \begin{cases} \cos 2k\pi f n h \\ \sin 2k\pi f n h \end{cases}, \quad (2)$$

$2T$ є довжина реалізації сигналу у часі, $h = \frac{T}{K}$ крок

дискретизації, а L_1 є число гармонік базової частоти, взятих до розгляду. Точка максимуму $\hat{f}_0$ функціоналу (1) є асимптотично незміщеною і слушною оцінкою базової частоти функції математичного сподівання [12]. Значення ж функціоналу у точці максимуму $f = \hat{f}_0$ приблизно рівне усередненій у часі сумі потужностей вибраних гармонік базової частоти:

$$\hat{F}_1(\hat{f}_0) = \hat{P}_t^{(d)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{L_1} \left[\left[\hat{m}_k^c(\hat{f}_0) \right]^2 + \left[\hat{m}_k^s(\hat{f}_0) \right]^2 \right].$$

Величини $\hat{m}_k^c(\hat{f}_0)$ and $\hat{m}_k^s(\hat{f}_0)$ є асимптотично незміщені і слушні оцінки коефіцієнтів Фур'є функції математичного сподівання [17–19]. Далі, виходячи з статистичного означення:

$$\hat{m}_0 = \frac{1}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \xi(nh)$$

сформуємо оцінку функції математичного сподівання на основі оцінок параметрів базової частоти

$$\hat{m}(t, \hat{f}_0) = \hat{m}_0 + \sum_{k=1}^{L_1} \begin{bmatrix} \hat{m}_k^c(\hat{f}_0) \cos 2k\pi \hat{f}_0 t + \\ + \hat{m}_k^s(\hat{f}_0) \sin 2k\pi \hat{f}_0 t \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Вираз у (3) є інтерполяційною формулою для функції математичного сподівання для всіх $t \in [0, \hat{f}_0^{-1}]$, якщо виконується наступна умова відсутності накладання (слайзінгу) [11]:

$$h \leq \frac{1}{\hat{f}_0(4L_1+1)}.$$

Функція у (3) описує детерміновану складову сигналу. Її амплітудний та фазовий спектри визначаються виразами:

$$\begin{aligned} \hat{A}(k\hat{f}_0) &= \left[\left[\hat{m}_k^c(\hat{f}_0) \right]^2 + \left[\hat{m}_k^s(\hat{f}_0) \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \\ \varphi_k(k\hat{f}_0) &= \arctg \frac{\hat{m}_k^s(\hat{f}_0)}{\hat{m}_k^c(\hat{f}_0)}. \end{aligned}$$

Далі представимо покрокову процедуру для визначення детермінованої складової сигналу вібрації:

– На основі реального оцифрованого вібраційного сигналу $\xi(nh)$ формуємо статистику (2);

– Підставляючи у (1) дані з (2), формуємо функціонал для числового аналізу визначення оцінки базової частоти. Число L_1 вибирається близьким до співвідношення f_m/f_r , де f_m — вища

гранична частота спектру сигналу, а f_r — частота обертання приводу механізму;

– Потім обчислюємо функціонал (1) для частот, що лежать у інтервалі $[f_1, f_2]$, якій містить частоту

обертання f_r . Якщо ми хочемо знайти основну частоту з точністю до 10^{-3} Гц, то крок обчислення

слід вибрати $\Delta f = 10^{-3}$ Гц;

– Точки максимуму (1) приймаємо за оцінку базової частоти функції математичного сподівання,

а значення функціоналу у цій точці $F_1(\hat{f}_0)$ приймаємо за оцінку потужності детермінованої складової коливань;

– Підставляючи $f = \hat{f}_0$ в (2), обчислюємо коефіцієнти Фур'є функції математичного сподівання, а також її амплітудний і фазовий спектри використавши (4);

– Використовуючи інтерполяційну формулу (3), обчислюємо значення функції математичного сподівання в інтервалі $t \in [0, \hat{P}]$, де $\hat{P} = 1/\hat{f}_0$.

Припускаючи, що $\hat{m}(t, \hat{f}_0) = m(t + \hat{P}, \hat{f}_0)$, виділяємо стохастичну складову сигналу

$$\hat{\xi}(nh) = \xi(nh) - \hat{m}(nh, \hat{f}_0).$$

Тепер можна отримати оцінку дисперсії на

інтервалі $t \in [0, \hat{f}_0^{-1}]$ виходячи з $\hat{R}_k^c(0, \hat{f}_0)$,

$\hat{R}_k^s(0, \hat{f}_0)$ та статистичного виразу:

$$\hat{R}_0(0) = \frac{1}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \hat{\xi}^2(nh).$$

Спектральні характеристики функції математичного сподівання використовуються для визначення вібраційного стану обертового механізму. Відповідні індикатори стану також можуть бути сформовані на основі величин гармонік. Індикатор стану визначається відношенням суми усереднених за часом потужностей гармонік для детермінованих коливань до усередненої за часом потужності стохастичної складової:

$$I_1 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{L_1} \hat{A}_k^2(k\hat{f}_0) / \hat{R}_0(0)$$

Величини індикаторів I_1 можуть відрізнятися залежно від досліджуваного механізму, типу несправності та стадії її розвитку.

III. ВИСНОВКИ

Представлені методи виявлення та оцінювання параметрів прихованих періодичностей першого порядку у складі вібраційного сигналу як ПНВП. Значення параметрів, що описують структуру ПНВП коливань вібрацій, можуть свідчити про вібраційний стан обертового механізму. Для оцінювання вібраційного стану механізмів запропоновано

індикатор першого порядку I_1 , що визначається як відношення повної потужності гармонік детермінованих коливань до усередненої за часом потужності стохастичної частини.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Cyclostationarity in Communications and Signal Processing. Ed. by Gardner W.A. New York: IEEE Press, 1994.
- [2] H. L. Hurd, A. Miamee. Periodically Correlated Random Sequences Spectral Theory and Practice. New Jersey: Wiley-Interscience, 2007.
- [3] A. Napolitano. Cyclostationary Processes and Time Series: Theory, Applications, and Generalizations, Elsevier, Academic Press, 2020.
- [4] R. Isermann. Fault-Diagnosis Applications. Model-Based Condition Monitoring: Actuators, Drives, Machinery, Plants, Sensors, and Fault-tolerant Systems. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011. doi: 10.1007/978-3-642-12767-0.
- [5] J. Antoni. Cyclostationarity by examples. Mech. Syst. Signal Process. 23 (2009) 987–1036. doi: 10.1016/j.ymssp.2008.10.010
- [6] C. Capdessus, M. Sidahmed, J. L. Lacoume. Cyclostationary Processes: Application in Gear Fault Early Diagnostics. Mech. Syst. Signal Process. 14 (2000) 371–385. doi: 10.1006/mssp.1999.1260.
- [7] J. Antoni, F. Bonnardot, A. Raad, M. El Badaoui. Cyclostationary modeling of rotating machine vibration signals. Mech. Syst. Signal Process. 18 (2004) 253–265. doi: 10.1016/S0888-3270(03)00088-8.
- [8] Z. K. Zhu, Z. H. Feng, K. Fanrang. Cyclostationary analysis for gearbox condition monitoring: Approaches and effectiveness. Mech. Syst. Signal Process. 19 (2005) 467–482. doi: 10.1016/j.ymssp.2004.02.007.
- [9] A. E. Del Grosso. Structural Health Monitoring: research and practice. Second Conference on Smart Monitoring, Assessment and Rehabilitation of Civil Structures (SMAR 2013). URL: www.researchgate.net/publication/261119109.
- [10] A. E. Del Grosso, F. Lanata. Reliability estimate of damage identification algorithms. Reliability Engineering and Risk Management, 2012, 350–355. URL: <https://www.researchgate.net/publication/235329357>.
- [11] I. Javorskyj, I. Matsko, R. Yuzefovych, G. Trokhym, P. Semenov. The coherent and component estimation of covariance invariants for vectorial periodically correlated random processes and its application. Applied Condition Monitoring 16 (2020) 56–91. doi: 10.1007/978-3-030-22529-2_4.
- [12] I. Javorskyj, I. Matsko, R. Yuzefovych, O. Lychak, R. Lys. Methods of hidden periodicity discovering for gearbox fault detection. Sensors 21 (2021) 6138. doi: 10.3390/s21186138.
- [13] Y. Kharchenko, L. Dragun. Mathematical modeling of unsteady processes in electromechanical system of ring-ball mill. Diagnostyka. 18 (2017) 25–35. URL: <http://www.diagnostyka.net.pl/pdf-68437-17747>
- [14] Engineering Dynamics and Vibrations: Recent Developments. Edited by Junbo Jia, Jeom Kee Paik. Editors, CRC Press, 2018. doi: 10.1201/9781315119908.
- [15] G. W. Vogl, B. A. Weiss, M. A. Donmez. NISTIR 8012 Standards Related to Prognostics and Health Management (PHM) for Manufacturing: National Institute of Standards and Technology U.S. Department of Commerce. URL: https://tsapps.nist.gov/publication/get_pdf.cfm?pub_id=916376.
- [16] P. D. McFadden, J. D. Smith. Vibration monitoring of rolling element bearings by the high frequency resonance technique – a review. Tribol. Int. 17 (1984) 3–10. doi: 10.1016/0301-679X(84)90076-8.
- [17] I. Javorskyj, R. Yuzefovych, P. Kurapov. Periodically non-stationary analytic signals and their properties // International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies, vol. 1, 7 November 2018, P. 191–194. doi: 10.1109/STC-CSIT.2018.8526752
- [18] I. Javorskyj, R. Yuzefovych, O. Lychak, R. Slyepko, P. Semenov. Detection of distributed and localized faults in rotating machines using periodically non-stationary covariance analysis of vibrations. Meas. Sci. Technology 34 (2023) 065102. doi: 10.1088/1361-6501/abcc93.
- [19] I. D. Ho, R. B. Randall. Optimization of bearing diagnostic techniques using simulated and actual bearing fault signals. Mech. Syst. Signal Process. 14 (2000) 763–788. doi: 10.1006/mssp.2000.1304