

Математична оцінка оптимальних конструктивних параметрів дренажних систем подвійної дії для різних ґрунтових умов України

<https://doi.org/10.31713/MCIT.2025.007>

Всеволод Богаєнко

Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАНУ,
Київ, Україна
sevab@ukr.net

Михайло Ромащенко

Інститут водних проблем і меліорації НААН,
Київ, Україна

Сергій Коломієць

Інститут водних проблем і меліорації НААН,
Київ, Україна

Анастасія Сардак

Інститут водних проблем і меліорації НААН,
Київ, Україна

Анотація — У роботі розглядається задача математичного моделювання водорегулювання на дренажних системах подвійної дії з метою визначення конструктивних параметрів таких систем. Для проведення обчислювальних експериментів використовуються засоби, що базуються на рівнянні Річардса. Для отриманих в результаті лабораторного визначення даних щодо гідрофізичних властивостей ґрунтів, що дренуються, розв'язується задача визначення таких конструктивних параметрів системи дренажу – глибини закладання дрен та відстані між ними – за яких система забезпечує дренування поверхневого шару ґрунту та мінімізує необхідність застосування зрошення протягом сезону вегетації.

Ключові слова — математичне моделювання; водорегулювання; дренажні системи подвійної дії; оптимізація параметрів

I. ВСТУП

Завдання підвищення ефективності водорегулювання є актуальним для значної частини території України, зокрема Полісся, де зосереджено 3.2 млн га дренажних систем різних типів. Ці системи, запроектовані та побудовані до настання на відповідних територіях нинішньої «гарячої фази» змін клімату [1], мали вирішувати переважно задачу відведення надлишкової води у весняний період та створення достатньої ємності зони аерації для акумуляції опадів літнього періоду. Проте за нинішніх умов в зоні Українського Полісся починаючи з липня місяця спостерігається недостатній рівень природного вологозабезпечення. Це актуалізує питання здійснення заходів з реконструкції та модернізації наявних дренажних систем шляхом доповнення їх функцією водорегулювання протягом всього періоду вегетації.

Реалізація цієї функції забезпечується через можливість використання ґрунтових вод шляхом регулювання їх рівня, проведенням зрошення, або поєднанням цих двох варіантів. За цього, ефективність водорегулювання значною мірою залежить від застосованого інструментарію прийняття управлінських рішень.

Основним джерелом прогнозних даних для фізично обґрунтованої підтримки прийняття рішень при проектуванні та експлуатації меліоративних систем є математичне моделювання вологоперенесення. Вихідними даними для моделювання є дані щодо гідрофізичних властивостей ґрунтів, бажано одержані лабораторно, та польові вимірювання поточного стану показників системи “ґрунт-рослина-атмосфера”.

Найчастіше використовуваний клас моделей базується на варіаціях рівняння вологоперенесення Річардса. Методи розв'язання поставлених щодо таких моделей прямих задач варіюються від аналітичних [2] до повністю чисельних [3, 4].

Зауважимо, що системи прийняття рішень при управлінні та проектуванні дренажних систем переважно роблять акцент або виключно на ефективності дренування, або на функції вологозабезпечення, та є, переважно, засобами сценарного моделювання [5]. У даній роботі, використовуючи та розвиваючи раніше розроблені авторами засоби математичного моделювання, зроблено фокус на знаходженні для конкретних ґрунтових умов таких конструктивних параметрів дренажних систем подвійної дії, за яких у різні періоди сезону вегетації забезпечується як необхідне дренування, так і забезпечення рослин водою.

II. МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

У дослідженні використовується методика математичного моделювання вологоперенесення на дренажних системах подвійної дії, детально описана у [6].

Будемо розглядати задачу моделювання динаміки напорів у ґрунтовому масиві, водорегулювання на якому здійснюється системою подвійної дії, за наступних умов [6]:

- дренажні трубопроводи встановлені без ухилу і поєднують два канали;
- дрени вважаються постійно повністю заповненими водою;
- у обох каналах підтримується однаковий рівень води.

За великої відстані між каналами, фільтрацією з них можна знехтувати і, вважаючи однорідним розподіл вологи вздовж дрен, моделювання може проводитись у двовимірному наближенні розглядаючи розріз паралельно дренажним каналам, посередині між ними. Область моделювання за цього можна обмежити зоною впливу однієї дрени. Нижньою границею області моделювання є водотрив.

При моделюванні використовується рівняння Річардса у термінах напорів, що враховує перехід стану ґрунту з ненасиченого у насичений, у формі, описаній у [7]:

$$\left[C(h, z) + \frac{\theta(h, z)}{\theta_s(z)} S_s(z) \right] \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(h, z) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k(h, z) \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right) - S(x, z, t),$$

$$0 \leq x \leq L, 0 \leq z \leq L_z, t \geq 0$$

де $h(x, z, t)$ – напір, м, $C(h, z) = \frac{\partial \theta}{\partial h}$ – диференціальна

вологоємність, $\theta(x, z, t)$ – об'ємна вологість ґрунту, %, $\theta_s(z)$ – вологість насичення, %, $S_s(z)$ – коефіцієнт пружної ємності, 1/м, $k(h, z)$ – коефіцієнт вологоперенесення, м/с, $S(x, z, t)$ – функція, 1/с, що моделює екстракцію вологи корінням рослин.

Ґрунт вважається таким, що має шарувату структуру. Основна гідрофізична характеристика (ОГХ) ґрунту описується за моделлю ван Генухтена у формі

$$\theta(h) = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[1 + (10\alpha |h|)^n \right]^{1-1/n}}$$

коефіцієнтів θ_r , θ_s , α , n , що змінюються від шару до шару. Залежність коефіцієнту вологоперенесення від напору представляється згідно з моделями Муалема, або Авер'янова в залежності від того, яка з них краще описує експериментальні дані.

Ширина області моделювання L дорівнює міждренній відстані. Моделюється одна дрена, яка вважається точковою та розміщеною у точці з $x = L/2$. У точці розміщення дрени задається напір, що дорівнює рівню води у каналах над дреною [4].

Форма функції джерел та крайові умови детально описані у [6, 8], а особливості моделювання взаємодії дрени та ґрунтового середовища – у [6]. Чисельне розв'язання початково-крайової задачі виконується згідно з неявною скінченно-різницевою схемою Кранка-Николсон на рівномірній різницевій сітці за простором з використанням алгоритму адаптивного підбору кроку за часом. Використана чисельна методика детально описана у [9].

А. Процедура визначення глибини закладання та відстані між дренами

У випадку, коли критична функція — дренавання і допускається додаткове поверхневе зрошення, процедура визначення оптимальної глибини закладання дрен та відстані між ними була запропонована у [6].

В межах цієї процедури, модельована глибина закладання дрен зменшується з заданим кроком починаючи від глибини дна каналу закінчуючи глибиною шару, якому потрібне дренавання на початку сезону. Для кожного значення глибини методом бісекції визначається [6]:

1. максимальна міждренна відстань, за якої система виконує функцію дренавання на початку сезону;
2. мінімальне, за визначеної на попередньому кроці міждренної відстані, значення стабільно підтримуваного рівня води у каналах за якого, у стані наближеному до стаціонарного, мінімальний середньозважений напір у кореневмісній зоні є більшим за рівень передполивного порогу у ситуації низького водоспоживання. За цього вимагається, щоб максимальний середньозважений напір у кореневмісній зоні не перевищував значення, за якого ґрунт вимагає дренавання;
3. аналогічне мінімальне значення стабільно підтримуваного рівня води у каналах для ситуації високого рівня водоспоживання та максимально розвиненої кореневої системи рослин.

Якщо на всіх трьох етапах процедури були одержані відповідні значення, то вважається, що глибина розміщення та визначена міждренна відстань є допустимими. Оптимальною вважається глибина, за якої міждренна відстань є найбільшою.

У випадку, коли критичною функцією вважається забезпечення водоспоживання, у цій роботі пропонуються наступні зміни процедури моделювання.

Для кожної з глибин, на першому кроці визначається максимальна міждренна відстань, за якої система забезпечує виконання функції дренавання (пункт 1 у вищеописаній процедурі).

Далі, методом бісекції знаходиться максимальна міждренна відстань (в інтервалі від мінімально допустимої до визначеної на першому кроці) за якої система забезпечує водоспоживання (пункти 2 та 3 у вищеописаній процедурі).

III. ВИХІДНІ ДАНІ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ

У презентованому дослідженні була проведена серія обчислюваних експериментів по визначенню оптимізованих значень конструктивних параметрів

систем подвійної дії на основі даних щодо гідрофізичних властивостей різнотипних ґрунтів, що дреноються.

А. Загальні параметри моделі.

- Радіус дрени – 0.2 м, довжина дрени (відстань між каналами) – 150 м. Глибина залягання водотриву (потужність області моделювання) – 3 м.

- Глибина каналу – 2 м, ширина каналу – 3 м.

- Мінімальний підтримуваний діапазон середніх напорів у кореневмісній зоні – 40 кПа (або напір, якщо він менший за 40 кПа, за якого коефіцієнт вологоперенесення дорівнює 10^{-3} м/добу). Дренування шляхом зниження рівня води у каналах здійснюється при середньому рівні напорів у кореневмісній зоні, більшому за 5 кПа.

- Евапотранспірація (ЕТ) для випадку високого рівня водоспоживання дорівнювала 6 або 10 мм/добу, а для випадку низького рівня – 2 мм/добу. Відстань між рослинами – 66 см, глибина кореневої системи за високого водоспоживання дорівнювала 50 см, а за низького – 20 см;

- на початку сезону внаслідок дренування глибина до вологонасиченої зони мала бути доведена до 40 см за не більше ніж 5 діб.

В. Ґрунти та їх гідрофізичні параметри

Досліджувались наступні ґрунти, характерні для зони осушення:

Органогенні ґрунти:

(1) - осушуваний торфовий ґрунт на землях Панфільської дослідної станції, Київська обл.;

(2), (3) – два торфових ґрунти на землях Сарненської дослідної станції, Рівненська обл.;

Мінеральні ґрунти:

(4), (5), (6), (7) – лучно-чорноземні ґрунти у с. Небелиця, Київська обл. [(4), (7) – суглинок легкий, (5) – суглинок середній, (6) – пісок];

(6) – піщаний ґрунт у с. Небелиця, Київська обл.;

(7) – супіщаний ґрунт у с. Небелиця, Київська обл.;

(8), (9) – супіщаний та піщаний ґрунти на землях ОС Мельницька та Бобровка Ковельського р-ну Волинської обл.;

(10) – піщаний ґрунт у с. Маковище, Київська обл.

Коефіцієнти моделей ван Генухтена та Авер'янова або Муалема були одержані мінімізацією середньоквадратичних відхилень від експериментальних даних стосовно кривої висушування. Приклад графіків залежностей вологості та коефіцієнту вологоперенесення від напорів наведено на рис. 1, 2.

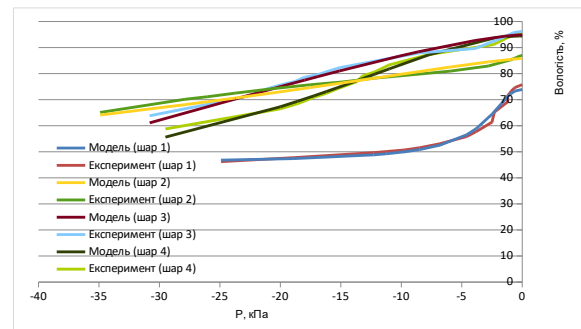


Рисунок 1. Залежність вологості від напорів для ґрунту (1) — Панфільська дослідна станція, торф

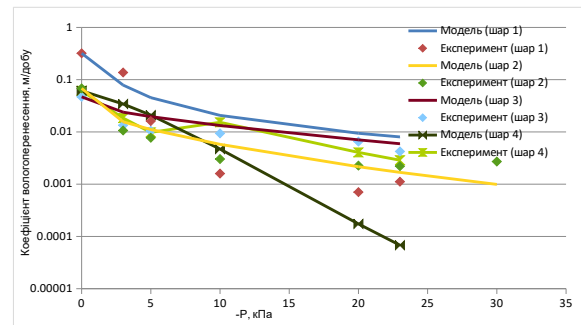


Рисунок 2. Залежність коефіцієнту вологоперенесення від напорів для ґрунту (1) — Панфільська дослідна станція, торф

IV. РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ

У випадку, коли критичною функцією є дренування, використовуючи процедуру визначення параметрів, були отримані наступні результати.

Максимальна міждренна відстань, за якої забезпечується швидке дренування поверхневого шару ґрунту на початку сезону вегетації очікувано зменшується зі зменшенням глибини закладання дрени. Найбільші відстані були отримані для торфових ґрунтів (> 50 м при глибині закладання у 2 м). Найменші — для лучних чорноземів суглинкового гранулометричного складу (6-11 м при глибині закладання у 2 м). Для пісків та супісків відстані знаходились у діапазоні значень від 11 до >50 м;

За розміщення дрени на визначеній максимальній міждренній відстані, на торфових ґрунтах водоспоживання у початковий період вегетації при ЕТ=2 мм/добу забезпечується за всіх глибин розміщення дрени при рівні ґрунтових вод (РГВ) ~0.5 м. На піщаних та супіщаних ґрунтах у деяких випадках, згідно з моделлю, водоспоживання не може бути забезпечене навіть у початковий період вегетації, або забезпечується лише при закладанні дрени не глибше, ніж на 1.5 м при утримуваному РГВ <0.3 м. В інших випадках, воно забезпечується, аналогічно випадку торфових ґрунтів, при РГВ ~0.5 м. У випадку лучних чорноземів (ґрунти (4)-(6)), водоспоживання у початковий період вегетації забезпечується при закладанні дрени глибше за 1 м при РГВ 0.2-0.5 м;

Для більшості досліджуваних ґрунтів, результати моделювання показують, що водоспоживання у період найвищої евапотранспірації на рівні 10 мм/добу, не може бути забезпечене системою

подвійної дії без перезволоження зон ґрунтового масиву навколо дренажів. Виняток становлять 2 торфових та 1 супіщаний ґрунти, де при РГВ ~ 0.5 м водоспоживання на рівні 10 мм/добу забезпечується при закладанні дренажів на глибинах 0.5-1.0 м;

У випадку нижчого максимального водоспоживання на рівні 6 мм/добу, згідно з результатами моделювання воно забезпечувалося для торфових ґрунтів при РГВ ~ 0.5 м для глибин закладання дренажів більше 1.5 м, а для деяких випадків і при глибині у 0.75 м. За менш глибокого закладання дренажів, забезпечення водоспоживання на рівні 6 мм/добу супроводжувалося перезволоженням. Також, такий рівень водоспоживання забезпечується системою подвійної дії при РГВ 0.3-0.5 м для одного супіщаного та одного піщаного ґрунту за глибини закладання дренажів більше 0.75 м;

Для лучних чорноземів, моделювання показує, що неможливо забезпечити водоспоживання у період його найвищих значень навіть на рівні 6 мм/добу за всіх модельованих конфігурацій системи подвійної дії.

У випадку, коли критичною функцією є водоспоживання, моделювання було проведено для ґрунтів, на яких, згідно з результатами попереднього моделювання, неможливо забезпечити водоспоживання на рівні 6 мм/добу за максимальної міждренної відстані, за якої система виконує функцію дренажування. Це лучно-чорноземні ґрунти (4) та (5), супіщаний ґрунт (7) та піски (9) і (10). Моделювання не проводилось для лучно-чорноземних ґрунтів через низькі (<10 м) значення максимальної міждренної відстані, за якої система виконує функцію дренажування.

Негативні результати — неможливість забезпечувати водоспоживання на рівні 6 мм/добу за будь-якої міждренної відстані, більшої за мінімальну — були отримані для випадку ґрунтів (7) та (10), на яких, згідно з результатами моделювання, система подвійної дії не здатна забезпечити також і водоспоживання на рівні 2 мм/добу на початку сезону вегетації.

У випадку піщаного ґрунту (9) водоспоживання на рівні 6 мм/добу можливо забезпечити за ~ 2 -кратного зменшення міждренної відстані, у

порівнянні з максимальною відстанню, за якої забезпечується виконання функції дренажування.

Загалом, результати обчислювальних експериментів показують, що використана методика математичного моделювання дозволяє отримувати оцінки оптимальних значень конструктивних параметрів дренажних систем, що відповідають сільськогосподарській практиці, за відповідних очікуванням з точки зору гідрології тенденцій їх змін при зміні властивостей ґрунтів.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

- [1] M. Romashchenko, B. Faybishenko, D. Onoprienko, H. Hapich, R. Novitskiy, D. Dent, R. Saidak, S. Usaty, and H. Roubik, "Prospects for Restoration of Ukraine's Irrigation System," *Water International*, vol. 50 (2), pp. 104–20, 2025, <https://doi.org/10.1080/02508060.2025.2472718>
- [2] J.-Y. Parlange, W.L. Hogarth, D.A. Barry, M.B. Parlange, R. Haverkamp, P.J. Ross, T.S. Steenhuis, D.A. DiCarlo, and G. Katul, "Analytical approximation to the solutions of Richards' equation with applications to infiltration, ponding, and time compression approximation," *Advances in Water Resources*, vol. 23(2), pp. 189–194, 1999, [https://doi.org/10.1016/S0309-1708\(99\)00022-6](https://doi.org/10.1016/S0309-1708(99)00022-6)
- [3] V.A. Zlotnik, T. Wang, J.L. Nieber, and J. Šimunek, "Verification of numerical solutions of the Richards equation using a traveling wave solution," *Advances in Water Resources*, vol. 30(9), pp. 1973–1980, 2007, <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2007.03.008>
- [4] A. Bomba, M. Tkachuk, V. Havryliuk, R. Kyrsha, I. Gerasimov, and O. Pinchuk, "Mathematical modelling of filtration processes in drainage systems using conformal mapping," *Journal of Water and Land Development*, vol. 39, pp. 11–15, 2018, <https://doi.org/10.2478/jwld-2018-0054>
- [5] Y. Abduljaleel, A. Awad, N. Al-Ansari, A. Salem, A. Negm, and M.E. Gabr, "Assessment of Subsurface Drainage Strategies Using DRAINMOD Model for Sustainable Agriculture: A Review," *Sustainability*, vol. 15(2), 1355, 2023, <https://doi.org/10.3390/su15021355>
- [6] M. Romashchenko, and V. Bohaienko, "Mathematical modelling of water regulation processes on dual-action drainage systems," *Land Reclamation and Water Management*, vol. 1, pp. 26 – 34, 2023, <https://doi.org/10.31073/mivg202301-360>
- [7] A. Dogan, and L.H. Motz, "Saturated-Unsaturated 3D Groundwater Model. I: Development," *Journal of Hydrologic Engineering*, vol. 10(6), pp. 492–504, 2005, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2005\)10:6\(492\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2005)10:6(492))
- [8] M.I. Romashchenko, V.O. Bohaienko, T.V. Matiash, V.P. Kovalchuk, and A. V. Krucheniuk, "Numerical simulation of irrigation scheduling using fractional Richards equation," *Irrigation Science*, vol. 39(3), pp. 385–396, 2021, <https://doi.org/10.1007/s00271-021-00725-3>
- [9] V. Bohaienko, A. Gladky, "Multithreading performance simulating fractional-order moisture transport on AMD EPYC," *Journal of Numerical and Applied Mathematics*, vol. 2, pp. 174–182, 2022, [doi:10.17721/2706-9699.2022.2.20](https://doi.org/10.17721/2706-9699.2022.2.20)